

1. Klassische Mechanik

1.1. Bewegungen

$$x = \text{const.} \rightarrow v = 0 \quad v = \text{const.} \rightarrow a = 0$$

$$v = \dot{x} \quad a = \dot{v}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

1.1.1. Freier Fall

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad v_E = \sqrt{2gh}$$

$$\Delta t = \sqrt{2h/g}$$

1.1.2. Ebene

$$a = g \sin \alpha \quad \Delta s = \frac{1}{2}g \sin \alpha$$

$$v_E = \sqrt{2gh}$$

1.1.3. Senkrechter Wurf

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

$$v_M = \sqrt{0,5v_0} \quad v^2 = v_0^2 - 2g(h_0 - h)$$

$$v = v_0 - g \cdot t$$

1.1.4. Waagrecht Wurf

$$v_y = gt \quad v_x = v_0$$

$$s_y = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad s_x = v_0 \cdot t_F$$

1.1.5. Schräger Wurf

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v_h = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

$$s_x = v_0 \cos \alpha t \quad s_y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

$$s_{x,\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$t_w = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + h_0$$

1.2. Newton'sche Axiome

1. Masse ist träge. Jeder Körper behält seinen Bewegungszustand bei.
2. $F = m \cdot a = \frac{dp}{dt} = \dot{p}$
3. $F_{12} = -F_{21}$

Inertialsystem: Koordinatensysteme die sich mit $v = \text{const.}$ zueinander bewegen.

1.3. Kraft, Energie, Impuls

1.3.1. Kraft

Federkraft: $F_F = -k(x - x_0)$
 Gewichtskraft: $F_G = mg$
 $F_N = mg \cos \alpha$
 $F_H = mg \sin \alpha$
 Zentripetalkraft: $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = p\omega$
 Reibungskraft: $F_R = \mu F_{(N)} = \mu mg \cos \alpha$

1.3.2. Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_{\text{pot}} = mgh$$

$$E_F = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

1.3.3. Arbeit

$$W = \Delta E = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

1.3.4. Leistung

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

mittlere Leistung momentane Leistung

$$\eta = \frac{E_{\text{aus}}}{E_{\text{zu}}} = \frac{P}{P}$$

1.3.5. Impuls

$$p_{\text{vorher}} = p_{\text{nachher}}$$

$$P = mv$$

Mittlere Kraft: $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
 Elastischer Stoß: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$
 Unelastischer Stoß: $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$

1.3.6. Raketengleichung

$$F = ma = \frac{dm}{dt}v_a + F_{\text{ext}}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_a \ln \left| \frac{M_0}{m} \right|$$

$$m_0 = M + m_a$$

1.4. Planetenbewegungen

1.4.1. Gravitation

$$U_{\text{pot}} = -G \frac{m_E m}{r} \quad r > r_E$$

$$\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

$$g = G \cdot \frac{m_E}{r^2}$$

$$W_G = Gm_1m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$F_G || r \rightarrow M = r \times F = 0$$

Satellit-Erde: $\frac{1}{2}m_S v^2 = G \frac{m_S m_E}{R_E}$

Stabile Umlaufbahn: $\omega_S = \sqrt{\frac{G \cdot m_E}{R_E^3}} \quad v = \omega R_E$

Geostat. Umlaufbahn: $r_g = \sqrt[3]{G \cdot m_E \cdot \frac{T_g^2}{4\pi^2}} \quad h_g = r_g - R_E$

1.4.2. Keplersche Gesetze

1. Keplersches Gesetz: Planetenbahnen sind Ellipsen um Stern in einem der beiden Brennpunkte
2. Keplersches Gesetz: In gleicher Zeit wird die gleiche Fläche an einer Bahn aufgespannt
 $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v} = \frac{1}{2} m |\dot{L}| \Rightarrow$ Der Drehimpuls ist zeitlich konstant
3. Keplersches Gesetz: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ mit T: Umlaufzeit, a: Große Halbachse

1.5. Drehungen

1.5.1. Drehmoment

$$M = F \times r = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$M = I \cdot \dot{\omega} = \frac{dL}{dt}$$

1.5.2. Trägheitsmoment

Zylindermantel: $J = mr^2$ (Drehachse ist Körperachse)
 Hohlzylinder: $J = \frac{1}{2}m(r_a^2 + r_i^2)$ (Drehachse ist Körperachse)
 Massive Kugel: $J = \frac{2}{5}mr^2$ (Drehachse durch Mittelpunkt)

1.5.3. Drehimpuls

$$L = r \times p = I \cdot \omega = mrv$$

1.6. Corioliskraft

$$\vec{F}_c = 2m(v \times \omega) = 2mvv \cdot \sin(\angle \omega)$$

Rechte-Hand-Regel: Daumen: \vec{v} , Zeigefinger: $\vec{\omega}$ (von Süden nach Norden)
 $a_c = -2(\omega \times v) = 2v\omega$

$$\Delta x = \frac{2}{3} \cos \beta \omega h \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\Delta y = -\omega^2 R \cos \beta \sin \beta \frac{h}{g}$$

$$R_E = 6370 \text{ km} \quad r = R_E \cos \varphi \quad \omega_E = \frac{2\pi}{86400 \text{ s}}$$

F_C : Auf der Nordhalbkugel nach rechts. Auf der Südhalbkugel nach links.

2. Harmonische Schwingungen

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = -A_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

2.1. Frei ungedämpft

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad y_0 = \frac{mg}{k} \quad v_0 = \dot{x} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2.1.1. Federpendel

$$\omega_0^2 = \frac{\text{Rücktreibende Kraft}}{\text{Einheitsmasse} \times \text{Einheitsauslenkung}} = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$A_0 = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{v_0}{\omega_0}$$

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

2.1.2. Fadenpendel

Kleinwinkelnäherung: $\alpha \ll 1$

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}$$

$$l = \frac{T_g^2 g}{4\pi^2} \quad h = l - l \cos \alpha$$

$$A_0 = v_0 \sqrt{\frac{l}{g}} \quad E_{\text{ges}} = mgl \left(\frac{3}{2} - \cos \alpha \right)$$

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$

2.1.3. Torsionsschwingungen

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{I}} = \sqrt{\frac{k_t}{m r^2}}$$

$$I = \frac{T_g^2}{4\pi^2} k_t \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k_t}}$$

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + \frac{k_t}{I}x = 0$

2.2. Frei gedämpft

Stokesche Reibungskraft: $F_R = -6\pi\eta R \vec{v} = -2m\delta \vec{v}$

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

Resonanzfrequenz $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$$\delta = \frac{b}{2m} = \frac{3\pi\eta R}{m}$$

2.2.1. Schwingfall

$$\omega_0^2 > \delta^2$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} < \omega_0$$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega' t)$$

2.2.2. Aperiodischer Grenzfall

$$\omega_0^2 = \delta^2$$

$$\omega' = 0$$

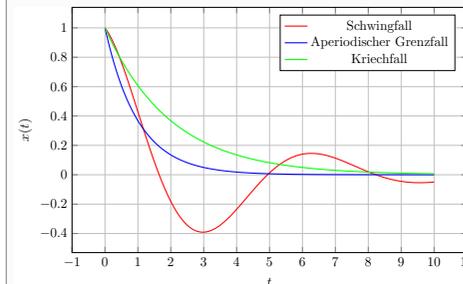
$$x(t) = A e^{-\delta t} \cdot (1 + \delta t)$$

2.2.3. Kriechfall

$$\omega_0^2 < \delta^2$$

$$\omega' = i\delta \pm i\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$x(t) = A_1 e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + A_2 e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}$$



2.3. Erzwungen gedämpft

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 e^{-i\Omega t}$

$$\hat{x}(t) = A e^{i(\Omega t + \varphi)}$$

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\delta\Omega)^2}}$$

Resonanzfälle:

1. $\Omega < \omega_0$
 $A \rightarrow \frac{F_0 m^{-1}}{\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$
 $\Delta \varphi = 0 \quad \Omega \rightarrow 0$
2. $\Omega \approx \omega_0$ (Katastrophe)
 $A_{\max} = \frac{F_0}{b\omega_0} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \rightarrow \infty$
 $\Omega_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{m} \right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2 \left(\frac{3\pi\eta R}{m} \right)^2} \rightarrow \omega_0 \quad \Delta \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \delta \rightarrow 0$
3. $\Omega > \omega_0$
 $A \rightarrow 0$
 $\Delta \varphi = \pi \quad \Omega \rightarrow \infty$

3. Wellen

3.1. Allgemeines

Allgemeine Wellengleichung: $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u$

$$c = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} = \frac{v}{\Delta t}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \quad \text{Funktion: } y(x, t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t + \phi)$$

3.2. Doppler-Effekt

1. Beobachter bewegt, Quelle ruht
 Annäherung: $f_B = f_Q \left(1 + \frac{v_c}{c} \right)$
 Entfernung: $f_B = f_Q \left(1 - \frac{v_c}{c} \right)$

2. Beobachter ruht, Quelle bewegt
 Annäherung: $f_B = \frac{f_Q}{1 - v_Q/c}$

Entfernung: $f_B = \frac{f_Q}{1 + v_Q/c}$

3. Beobachter bewegt, Quelle bewegt

$$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q} \quad \text{Q} \rightarrow \leftarrow \text{B}$$

$$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q} \quad \text{Q} \leftarrow \leftarrow \text{B}$$

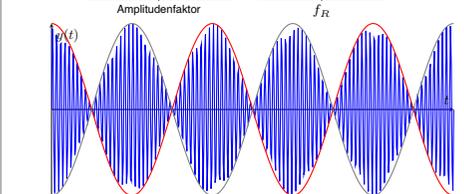
4. Quelle bewegt ($v > 1 \text{ Ma}$)
 $\sin \alpha = \frac{dv}{ds} = \frac{c \cdot t}{v_Q t} = \frac{1}{\text{Ma}}$

3.3. Schwebung

Tritt auf bei $f_1 \approx f_2$ ($f_1 \neq f_2$)

$$f_S = |f_1 - f_2| \quad f_R = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

$$y(t) = 2\hat{y} \cos(2\pi \cdot \frac{f_1 - f_2}{2} \cdot t) \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{f_1 + f_2}{2} \cdot t)$$



Schwebung: Die blaue Kurve ist die hochfrequente Schwingung (Ton), und die roten und grauen Kurven repräsentieren die Hüllkurven der Schwebung (Lautstärke).

3.4. Gekoppelte Wellen

- Gleichphasig** ($x_1 = x_2$): $\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$
- Gegenphasig** ($x_1 \neq x_2$): $\omega_2 = \sqrt{\omega_0 + \frac{2K_{12}}{m}}$
- Allgemein**
 $x_1(t) = x_0 \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_0 - \omega_2}{2} t\right)$
 $x_2(t) = x_0 \sin\left(\frac{\omega_0 + \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_0 - \omega_2}{2} t\right)$

3.5. Interferenz

- $f_1 = f_2$ $A_1 = A_2$ $\varphi_1 \neq \varphi_2$
 Konstruktiv: $\Delta\varphi = 2\pi \cdot n$
 Destruktiv: $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$
Allgemein:
- Gangunterschied $\Delta s = a \sin \alpha = \frac{x}{n} \sin \alpha$
 - Phasendifferenz $\varphi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda} = 2\pi a \frac{\sin \alpha}{\lambda}$
 - Winkel Max: $\sin \alpha_n = \pm n \cdot \frac{\lambda}{a}$
 - Winkel Min: $\sin \alpha_n = \pm (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{a}$

3.5.1. Doppelspalt

Int max: $\Delta s = \lambda n$ (Konstruktiv)
 Int min: $\Delta s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ (Destruktiv)
 $\Delta s = a \sin \alpha' \approx a \frac{x}{d}$
 Kleinwinkelnäherung: $\frac{x}{d} \approx \tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \alpha'$
 $\Rightarrow \frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{x}{d}$

3.5.2. Gitter

Hauptmaximum: $\sin \alpha_{\max} = m \frac{\lambda}{d}$
 Einfachspalt: $\sin \alpha_{\min} = \pm m \frac{\lambda}{a}$

3.6. Reflexion und Wellen in einem Medium

Festes Ende: $\varphi = \pi$ (Knoten am Ende)
 Loses Ende: $\varphi = 0$ (Bauch am Ende)
 Bei jeder zusätzlichen Oberschwingung wird die Welle gestaucht, sodass die obigen Bedingungen weiterhin gelten müssen. (Tipp: Skizze der Welle im Medium zeichnen)

4. Optik

4.1. Reflexion und Brechung

$f_m \cdot \lambda_m = c_m$ $\lambda_m = \frac{\lambda_0}{n}$
 Brechungsindex $n = \frac{c_0}{c_m}$

4.1.1. Brechungsmöglichkeiten

- zum Lot** (dünn nach dicht)
 $\sin \alpha > \sin \beta$ $c_1 > c_2$
- vom Lot** (dicht nach dünn)
 $\sin \alpha < \sin \beta$ $c_1 < c_2$

4.1.2. Gesetz von Snellius

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}$$

4.1.3. Totalreflexion

Nur möglich wenn $n_1 > n_2$ und $\theta > \theta_{\text{krit}}$

$$\theta_{\text{krit}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Einfallswinkel = Ausfallswinkel

4.2. Linsen

Linsengleichung

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Vergößerung: $V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0}$

Linsenform						
Bezeichnung	bikonvex	plankonvex	konkavkonvex	bikonkav	plankonkav	konvexkonkav
Radial	$r_1 > 0$ $r_2 < 0$	$r_1 = \infty$ $r_2 < 0$	$r_1 < 0$ $r_2 < 0$	$r_1 < 0$ $r_2 > 0$	$r_1 = \infty$ $r_2 > 0$	$r_2 < r_1 < 0$
Brennweite	$f > 0$	$f > 0$	$f > 0$	$f < 0$	$f < 0$	$f < 0$

4.2.1. Hohlspiegel

$$f = \frac{r}{2} \quad V = \frac{B}{G} = -\frac{n_1 b}{n_2 g}$$

$$D = \frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$g \rightarrow \infty : b = f_B = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$

$$b \rightarrow \infty : g = f_G = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$$

4.2.2. Dünne Linsen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Konvexe Linse (Sammellinse)

Korrektur von Weitsichtigkeit

$$V_{\text{sammel}} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f}$$

Abbildung

- $\infty > g > 2f \Rightarrow 2f > b > f$ $G > B$ (real und invertiert)
- $g = 2f \Rightarrow 2f = b$ $G = B$ (real und invertiert)
- $2f > g > f \Rightarrow \infty > b > 2f$ $G < B$ (real und invertiert)
- $0 < g < f \Rightarrow -b > g$ $G < B$ (virtuell und aufrecht)

Konkave Linse (Zerstreuungslinse)

Korrektur von Kurzsichtigkeit

Abbildung

- \rightarrow Bild immer zwischen Brennpunkt und Linse
- \rightarrow Bild immer verkleinert ($G > B$)
- \rightarrow Bild immer virtuell und aufrecht

4.2.3. Dicke Linsen

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-n_0)d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}\right)$$

$$h_1 = -\frac{f(n-1)d}{n \cdot r_2} \quad h_2 = -\frac{f(n-1)d}{n \cdot r_1}$$

4.2.4. Linsensysteme

• Lochkamera

$$S = \frac{D(b+g)}{g}$$

• Lupe

$$V = \frac{\tan \alpha_L}{\alpha_0} = \frac{G/f}{G/s_0} = \frac{s_0}{f} \text{ mit } s_0 = 25 \text{ cm}$$

• Fernrohr

$$V = \frac{f_{\text{ok}}}{f_{\text{ob}}}, g \approx \infty, b \approx f$$

$$V_T = \frac{f}{g-f} = \frac{b-f}{f} \approx 0$$

• Mikroskop

$$V = V_{\text{ok}} \cdot V_{\text{ob}} = \frac{(d-f_{\text{ob}})s_0}{f_{\text{ob}} \cdot f_{\text{ok}}} = -\frac{l}{f_{\text{ob}}} \cdot \frac{s_0}{f_{\text{ok}}}$$

• Auflösung Mikroskop

mit Spalt b: $\delta_{\min} = \alpha = \arcsin \frac{\lambda}{b} \approx \frac{\lambda}{b}$ (Abbé Limit)

für runde Linse mit Durchmesser D: $\delta_{\min} = D \cdot \sin \alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ (Rayleigh-Kriterium)

4.3. Absorption und Polarisation

4.3.1. Absorption

Brechungsindex mit Absorption: $n \rightarrow \tilde{n} = n - ik$

$\text{Re}(\tilde{n}) = n$: Brechung

$\text{Im}(\tilde{n}) = \kappa$: Absorption

Absorptionsgesetz von Lambert-Beer: $I = I_0 e^{-\alpha d} = I_0 e^{-\frac{2\kappa}{c} \kappa d}$

4.3.2. Polarisation

Gesetz von Malus (für polarisiertes Licht): $I = I_0 \cos^2 \alpha$

Für unpolarisiertes Licht gilt nach einem Polarisationsfilter: $I = \frac{I_0}{2}$

5. Hydromechanik

Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$

Homogener Druck: $P = \frac{F_N}{A}$

Kompressibilität: $\kappa = -\frac{1}{\Delta P} \cdot \frac{\Delta V}{V}$

Kompressionsmodul: $K = \frac{1}{\kappa}$

$$R_E = \frac{V \cdot \rho \cdot L}{\eta}$$

5.1. Hydraulische Presse

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

5.2. Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 \vec{v}_1 = \rho_2 A_2 \vec{v}_2$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = A \vec{v}$$

5.3. Bernoulli Gleichung

$$p_B = \underbrace{p}_{\text{statischer Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dynamischer Druck}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{hydrostatischer Druck}} = \text{const.}$$

$$p_{B,1} = p_{B,2} \text{ (Energieerhaltung der Hydromechanik)}$$

5.4. Torricelli

$$v_2 = \sqrt{2(g h + \frac{P_1 - P_2}{\rho})}$$

$$P_1 = P_2 = P_\infty = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$$

5.5. Gesetz von Hagen-Poiseulle

Strömung durch ein Rohr

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{8\eta l} R^4$$

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

5.6. Strömungen

1. Turbulente Strömung:

Größe Geschwindigkeit, geringe innere Reibung, hohe Reibung an den Wänden.

Newtonsches Reibungsgesetz:

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dx}$$

$$\eta = \eta_0 e^{T/T_0}$$

$$R_e \gg 1: F_w = F_R + F_D = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

2. Laminare Strömung:

$R_e < 1$: Stokes'sche Reibung

$$F = b \cdot v = 6\pi \eta r v$$

Hydrostatisches Paradoxon: Druck am Boden hängt nur von Füllhöhe, nicht Form/Menge ab.

Hydrodynamisches Paradoxon: Gleichgewicht bei $mg = \frac{1}{2} \rho v^2 A$. Wenn v steigt, dann fällt P .

6. Thermodynamik

Ideale Gasgleichung:

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$$

Stoffmenge $\nu = \frac{m}{M}$ M : mol. Masse

Wärmemenge Q

$$Q = C_p(T_2 - T_1) = c \cdot m \cdot \Delta T$$

c : spez. Wärmekapazität

Gesetz von Boyle + Mariotte

für $N = \text{const}$ und $T = \text{const}$. gilt: $p_1 V_1 = p_2 V_2$

2. Gesetz von Gay Lussac

festes Gasmenge; $V = \text{const}$.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Thermodynamische Systeme:

- Offen** (Verbrennungsmotor)
Austausch von Materie, Arbeit, Wärme
- Geschlossen** (Stirlingmotor)
Austausch von Arbeit, Wärme
- Abgeschlossen** (Thermoskanne)
kein Austausch mit der Umgebung

Mittlere kin. Energie eines Gases

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

Gesamte Translationsenergie

$$U = \frac{3RT}{2M} \quad U: \text{innere Energie}$$

Energien

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} c \, dT$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV \quad \delta W = -p \cdot \delta V$$

6.1. Hauptsätze der Thermodynamik

- Zwei Körper im thermischen Gleichgewicht zu einem dritten \rightarrow Alle stehen untereinander im Gleichgewicht

- $\Delta U = \Delta Q + \Delta W \rightarrow$ Es gibt kein Perpetuum mobile erster Art - Maschine mit $>100\%$ Wirkungsgrad

Verschiedene Möglichkeiten für Zustandsänderung:

- Isobarer Prozess, $p = \text{const}$.
 \rightarrow im idealen Gas ist C_p konstant $\Rightarrow Q_{12} = C_p \Delta T$
- Isobarer Prozess: $V = \text{const}$.
 \rightarrow im idealen Gas ist C_v konstant $\Rightarrow Q_{12} = \Delta U$
- Isothermer Prozess: $T = \text{const}$.
 $\Rightarrow W_{12} = -Q_{12} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
Freierdende Wärme: $Q_{12} = -W_{12}$
- Adiabatischer Prozess: $\Delta Q = 0$
In differentieller Schreibweise: $\delta U = \delta W + \delta Q$
 $\frac{T_2}{T_1} = (\nu_1 \nu_2)^{\gamma-1}$
 $\Delta W = \Delta U = \eta \cdot C_u (T_2 - T_1)$

- Thermische Energie ist nicht in beliebigem Maße in andere Energiearten umwandelbar. $\eta < 1$
- Nernst'sches Theorem: $\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0$ (Entropie bei 0 K ist 0)

6.2. Adiabatangleichung

$p \cdot V^\kappa = \text{const}$ $T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}$.

Carnotscher Kreisprozess: Idee der Wärmekraftmaschine

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{|W|}{Q_{12}}, \eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$$

Entropieänderung ist null

6.3. Entropie

Maß der Unordnung in einem System

- Es ist wahrscheinlicher, dass die Unordnung zunimmt
- Kann spontan nur in eine Richtung ablaufen

\Rightarrow Entropie kann nur steigen oder konstant bleiben

$$S = -k_B \sum p_i \ln p_i$$

p_i : Wahrscheinlichkeiten der Mikrozustände

$$\delta S = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

Ideales Gas: $\Delta S = \int \delta S = n \cdot c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n \cdot R \ln \frac{V_2}{V_1}$

7. Quantenmechanik

7.1. Stefan Boltzmann

$$P = \epsilon \sigma A T^4 = 4\pi r^2 E_0$$

Für schwarze Körper gilt: $\epsilon = 1$

Wienerscher Verschiebungssatz: $\lambda_{\text{max}} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ K}}{T} \text{ m}$

7.2. Weiteres zur Quantenmechanik

Licht wird abhängig von der Frequenz in Quanten der Energie $h \cdot f$ emittiert und absorbiert.